 ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 7 JUIN 1927.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES BARROIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Lasareff**, membre de l'Académie des Sciences de Leningrad et directeur de l'Institut de Physique et de Biophysique de Moscou, qui assiste à la séance.

GÉOLOGIE. — *Essai sur l'histoire pliocène du bassin de la Seine.* Note [1] de M. **Ch. Depéret**.

La très intéressante découverte faite par M. E. Bruet [2] d'une faune pliocène supérieure ou *villafranchienne* avec *Equus Stenonis*, *Bos etruscus* (= *elatus* Pomel) et *Hippopotamus major*, dans une terrasse de 140^{m} au-dessus du thalweg de l'Aujon, affluent de l'Aube, permet maintenant un aperçu plus précis sur l'histoire géologique encore bien obscure du bassin parisien aux temps Pliocènes.

Je me préoccupais depuis longtemps du fait anormal que la mer pliocène n'avait pas pénétré dans le bassin de la Seine, ni dans celui de la Somme, alors qu'elle s'était largement étalée sur la Flandre, la Belgique, le sud et l'est de l'Angleterre, et que, d'autre part, elle avait envahi les vallées armoricaines (la Vilaine jusqu'à Redon) et qu'elle avait effleuré la côte du Cotentin.

On pouvait imaginer deux explications : ou bien la vallée de la Seine et

---

(1) Séance du 16 mai 1927.

(2) E. Bruet, *Sur la découverte du Pliocène supérieur dans la vallée de l'Aujon* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1262).

celle de la Somme n'existaient pas à l'époque pliocène, ou bien elles avaient été remblayées jusqu'à de grandes hauteurs par des formations fluvio-continentales pliocènes. Nous verrons plus loin quelle part il convient de faire à chacune de ces deux hypothèses.

Des faits nombreux déjà publiés attestent l'existence dans le bassin de la Seine de *très hautes terrasses fluviales* de la fin du Pliocène.

Dès 1888, MM. de la Noë et Margerie (1) faisaient remarquer que les plateaux élevés du bassin de Paris jalonnaient une surface régulière dominant de 100 à 200m le fond des vallées actuelles.

M. Briquet (2) a donné à cette surface le nom de pénéplaine du nord de la France, en la considérant comme postérieure au Pliocène de Belgique et datant vraisemblablement du Pliocène supérieur. Mais cette vue théorique n'était appuyée d'aucune preuve paléontologique.

En 1912, à la Réunion extraordinaire de la Société géologique à Laon et à Reims, je faisais remarquer (3) l'existence sur les plateaux éocènes des deux côtés de la vallée de l'Ailette, au nord de Monthenault et au sud de Cerny, d'une couverture de galets roulés emballés dans un limon d'altération argileux. J'ai ajouté que ces galets, provenant en partie des sables de Beauchamp, ne peuvent avoir été ainsi étalés en nappes sur ces plateaux que par un *cours d'eau antérieur au creusement des vallées actuelles*, et dominant la vallée de l'Ailette de plus de 100m (exactement 133m). Il est probable que ce cailloutis, aujourd'hui peu épais, a été en partie dénudé et répond à une *terrasse pliocène* d'environ 140m au-dessus des thalwegs actuels.

Dans un remarquable travail sur les terrasses de la Seine, M. Chaput (4) signale le long de la vallée, l'existence de hauts niveaux d'alluvions à 140m et jusqu'à 200m au-dessus du fleuve actuel, notamment entre Vernon et Mantes, entre Bouafles et les Andelys, puis plus en aval, à la base des méandres de Rouen, de la forêt de Roumare et de Duclair. Mais il ajoute : « Les alluvions conservées sur les hauts plateaux dominant le fleuve actuel de 100 à 200m environ ne permettent pas de reconstituer des vallées

---

(1) De la Noë et de Margerie, *Les formes du terrain* (Imprimerie nationale, 1888).

(2) Briquet, *La pénéplaine du nord de la France* (*Annales de Géographie*, 17, 1907, p. 205).

(3) C. Depéret, *Bull. Soc. géologique de France*, 4e série, 12, 1912, p. 748.

(4) E. Chaput, *Recherches sur les terrasses alluviales de la Seine entre la Manche et Montereau* (*Bull. du Service de la Carte géologique de France*, 27, LIII, 1924).

anciennes à berges définies, correspondant à un niveau de base aussi élevé. » Il admet toutefois que les plateaux assez continus, de Mantes aux Andelys, indiquent probablement un ancien fleuve à 130-140^{m} au-dessus du niveau actuel de la Seine.

Paléontologiquement, nous ne connaissons dans le bassin de la Seine que deux gisements pouvant dater ces hautes terrasses : 1° le gisement de 140^{m} de la vallée de l'Aujon, découvert par M. Bruet et dont l'âge *Villafranchien* n'est pas douteux, à la fois par la faune et par sa situation dans une terrasse très élevée ; 2° le célèbre gisement de Saint-Prest, près Chartres. Dans un travail [1] en collaboration avec le Dr Mayet, j'ai montré par l'étude des mutations du groupe de l'*Elephas meridionalis* que le type de Saint-Prest est plus récent que le type Villafranchien et un peu plus ancien que la mutation quaternaire ou *sicilienne* du Forest-bed. D'autre part, au point de vue stratigraphique, les graviers fossilifères de Saint-Prest, loin d'être un dépôt de plateaux élevés, descendent dans le fond de la vallée de l'Eure jusqu'à une quinzaine de mètres au-dessus du thalweg actuel, ce qui implique un creusement profond de la vallée de l'Eure à cette époque. Le sommet du remblaiement consécutif est difficile à préciser par suite du ravinement de ces graviers par une terrasse quaternaire de 30^{m} ; mais M. Chaput estime que ce remblaiement a dû s'élever jusqu'à 86^{m} au moins au-dessus de l'Eure et probablement davantage. Pour ces deux motifs paléontologique et stratigraphique, les graviers de Saint-Prest répondent à une époque plus récente que le Villafranchien, intermédiaire entre ce dernier étage et le Sicilien.

Conclusions. — D'après les données précédentes, je vais tenter de résumer l'histoire pliocène du bassin de la Seine.

1. Pliocène ancien (étages *Plaisancien* et *Astien*). Aucun dépôt marin ni continental de cette époque n'a encore été découvert dans le bassin de Paris. La mer pliocène n'y a pas pénétré par suite de l'absence du creusement de *vallées prépliocènes*. Le réseau actuel des vallées n'existait pas, et le bassin de la Seine, uni au Nord à celui de la Somme, et au Sud à celui de la Loire, formait un *large socle continental* s'étendant depuis le détroit du Pas de Calais jusqu'au Cotentin, socle uni à l'Angleterre à travers la Manche. C'est par ce pont large de 250^{km} environ que les faunes terrestres pliocènes du Crag corallin, du Crag rouge et du Crag fluvio-marin ont pu passer du continent sur les Iles Britanniques.

---

[1] C. Depéret et L. Mayet, *Les Éléphants pliocènes*, 2e Partie (*Annales Université Lyon*, fasc. 42, 1923, p. 150-153).

2. Pliocène supérieur. A. Étage *Villafranchien*. A la surface du socle continental du bassin de Paris, des fleuves ont déposé sur les plateaux éocènes et oligocènes des nappes de graviers peu épaisses mais largement étalées, aux altitudes d'abord de 200^m; puis de 140^m au-dessus des thalwegs actuels. Selon M. Chaput, ces graviers de 140^m dessinent peut-être, de Mantes aux Andelys, une ébauche de la future vallée de la Seine, mais sans profondeur et sans berge bien définie. Il en était de même de la vallée de l'Ailette, affluent de l'Oise, et de celle de l'Aujon, affluent de l'Aube, où M. Bruet a découvert dans la terrasse de 140^m la faune terrestre Villafranchienne.

B. Étage *Saint-Prestien*. A l'époque terminale du Pliocène ou *Saint-Prestienne*, le réseau des vallées du bassin de la Seine se trace profondément par suite sans doute d'un abaissement important des lignes de rivage de la Manche. Nous en avons la preuve tout au moins pour la vallée de l'Eure où les graviers à Mammifères pliocènes de Saint-Prest descendent jusqu'à 15^m au-dessous du thalweg actuel. Ce creusement est suivi d'une période de remblaiement dont le palier supérieur atteint au moins 86^m et probablement plus de 100^m au-dessus de la vallée actuelle de l'Eure (M. Chaput). Ce double phénomène de creusement et de remblaiement a dû être alors général dans tout le bassin de la Seine, bien que la preuve directe nous manque pour le moment sur d'autres points.

Après le Pliocène, de nouveaux abaissements successifs des lignes de rivage vont déterminer la formation de terrasses quaternaires aux altitudes d'environ 90-100^m, 55-60^m, 30-35^m et enfin 18-20^m, terrasses d'une très grande généralité dans tout le bassin de la Seine, et aussi de la Somme et de la Loire.

HYDROGÉOLOGIE. — *Les grands bassins artésiens de la Russie d'Europe.* Note [1] de M. **Édouard Imbeaux** [2].

Le grand bassin russe est presque entièrement constitué par les terrains primaires que recouvre le manteau (souvent troué) de l'argile glaciaire :

(1) Séance du 16 mai 1927.

(2) On voudra bien se reporter à titre de comparaison à mes précédentes Notes : *Les grands bassins artésiens de l'Australie* (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1681); *Les grands bassins artésiens des États-Unis* (*Ibid.*, 179, 1924, p. 726 et 799), ainsi qu'à mon article : *Les nappes aquifères de France* (*Bulletin de la Société géologique de France*, 4e série, 10, 1910, p. 180).

toutefois le Jurassique et le Crétacé les surmontent au nord et au sud de l'*axe dévonien d'Orel-Tula*, et c'est le Crétacé qui remplit la fosse profonde de Kharkov-Poltawa (*bassin du Sud-Russe*). La disposition et l'inclinaison des couches (résultant des ondulations du toit de l'archéen) sont figurées schématiquement par les deux grandes coupes nord-sud et est-ouest de la figure, laquelle donne en outre le détail des terrains sous les villes de Saint-Pétersbourg, Moscou et Kharkov, où ont été forés de nombreux puits artésiens.

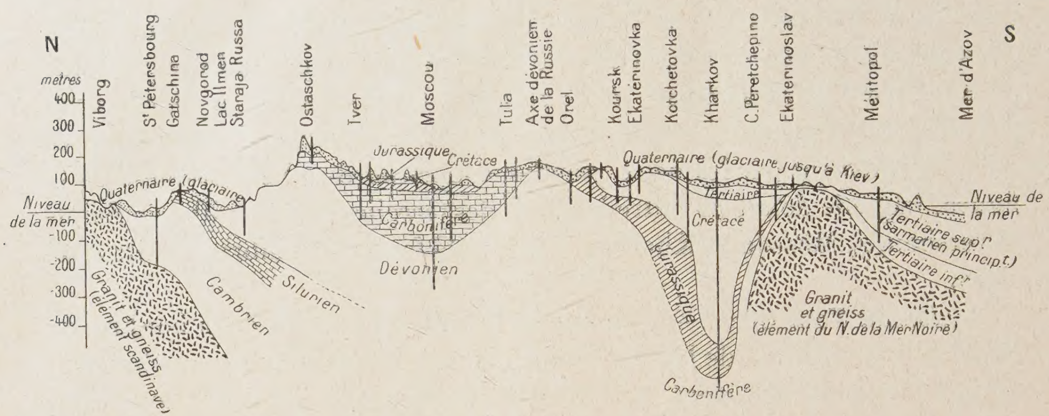
Région du Nord-Ouest. — Comme on le voit, en partant de la bordure du bouclier scandinave (de la Courlande à la mer Blanche), les couches primaires plongent fortement vers le Sud et présentent ainsi des conditions favorables à l'artésianisme (vers l'Est, elles sont au contraire faiblement inclinées, jusqu'à ce qu'elles se redressent brusquement aux monts Oural). Ainsi, les bancs de grès du Cambrien inférieur (grès à fucoïdes) sous la grande épaisseur de l'*argile de Revel* alimentent les puits artésiens de Saint-Pétersbourg (60 puits de moins de 213^{m} de profondeur, donnant ensemble de 7 à 10 litres par seconde d'une eau dure et à 2 ou 3^{g} de NaCl).

Au sud-est de la capitale, le Silurien apparaît et forme un grand plateau : aux environs de Gatschina, le Silurien supérieur manque, mais le *calcaire de Jewe* règne sur environ 35^{m} d'épaisseur et contient un niveau d'eau qui devient artésien en s'enfonçant vers le Sud (¹), l'eau s'arrêtant soit sur les schistes bitumineux de Kucker, soit sur ceux à Dictyonema, soit en tout cas sur l'argile de Revel. Plus loin le Dévonien succède au Silurien : il se subdivise en trois étages, les *grès baltiques* inférieurs et supérieurs (qui sont aquifères), et entre eux des calcaires à *Sp. Verneuilli* et des marnes peu perméables. L'eau des grès devient artésienne, mais elle est souvent très salée (puits artésiens de Novgorod, de Gdow, Pskoff, Petchersk et puits dits *salines de la Vieille Russie*).

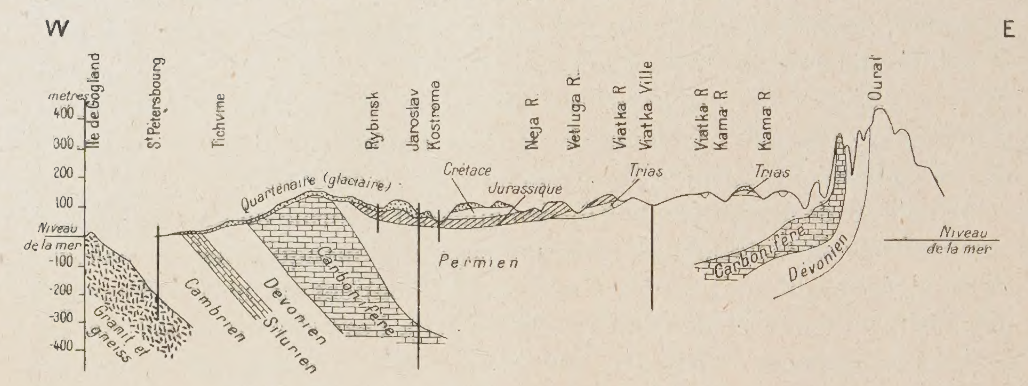
Bassin central de la Russie (*Sous-Moscovite*). — Ce bassin dévonien et surtout carbonifère (avec des lambeaux de Jurassique et de Crétacé au nord et au sud de Moscou) est très grand et occupe presque entièrement les gouvernements de Moscou et de Tver, et une partie de ceux de Riazan, Tula, Kalouga, Smolensk, Wladimir et Jaroslaw. Le calcaire à spirifer

(¹) On avait pensé à des puits descendant à ce niveau d'eau pour l'alimentation de Saint-Pétersbourg, mais il en aurait fallu un trop grand nombre pour une si grande ville, et il était indiqué de recourir au lac Ladoga peu distant. L'eau du Silurien a de 25° à 32° hydrotimétriques et est généralement bonne; nombreuses sources dans les vallées.

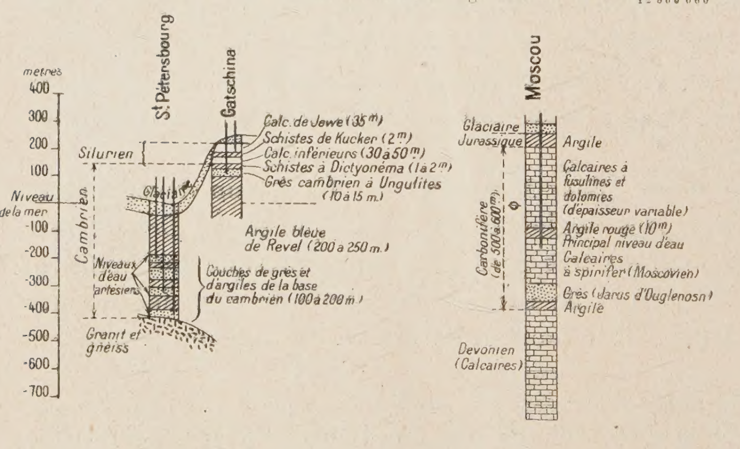
Bassins artésiens de la Russie d'Europe (d'après Prigorovski et Nikitin).

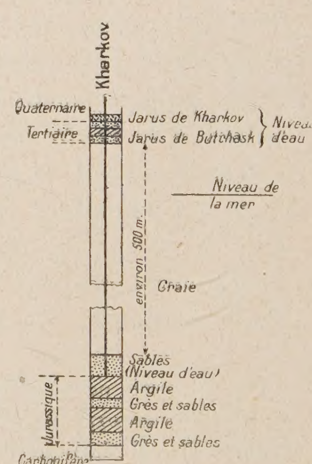


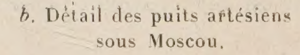
1° Coupe N-S, de Saint-Pétersbourg à Melitopol, et puits artésiens.



2° Coupe W-E, de Saint-Pétersbourg à Viatka et à l'Oural, et puits artésiens.
Échelle des longueurs : environ $\frac{1}{12\,800\,000}$.







a. Détail des puits artésiens sous Saint-Pétersbourg et sous le plateau de Gatschina.

b. Détail des puits artésiens sous Moscou.

c. Détail des puits artésiens sous Kharkov.

(Moscovien ou Houiller moyen), qui a au moins 250^m à 300^m d'épaisseur, contient une belle nappe aquifère, artésienne sous un banc d'argile rouge très constant : elle alimente notamment une cinquantaine de puits jaillissants à Moscou (eau bonne, mais dure), ainsi que ceux de Tver (où la pression à l'orifice atteint 30^m). Le Houiller moyen s'étend loin de Moscou vers l'Est, puis il est remplacé par le Houiller supérieur; celui-ci contient aussi des niveaux artésiens dans les *calcaires à fusulines*, qui alimentent par exemple les puits de Bogorodsk et de Tchérousti (l'un de ces derniers donnerait 355^l par seconde à 4^m en dessous du sol).

Bassin du Sud-Russe (*ou de Kharkov-Poltawa*). — Fosse profonde de direction WNW-ESE, entre l'axe dévonien précité d'une part et le bassin houiller du Donetz et la bande cristalline de la mer Noire d'autre part : elle est remplie par le Jurassique et le Crétacé, recouvert souvent par le Tertiaire. Le principal niveau d'eau profond est à la base de la Craie (de 400 à 500^m sous Kharkov); mais la plupart des puits et forages s'arrêtent dans les couches sableuses du Tertiaire (*jarus de Butchask*, *jarus de Kharkov*, *jarus de Poltawa*, séparés par des couches d'argile), et tels sont les puits des villes de Kharkov, Kief et Poltawa : quelques forages, notamment à Kief, descendent au Crétacé et même au Jurassique et donnent l'eau au niveau du sol (à Mirgorod, dans le Jurassique, elle est trop minéralisée). Ces horizons s'étendent vers l'Est, dans les gouvernements de Tambow, Voronèje, Pensa, Simbirsk, Saratow; puis on passe au Permien.

Bassin du Permien. — Étendu à l'Est et au Nord-Est jusqu'à l'Oural, ce bassin est encore peu connu, et les pentes en sont trop faibles pour donner un artésianisme aussi important que précédemment. Cependant il y a des niveaux d'eau dans les *grès et calcaires artinskiens*, dans les *grès et dolomies de Kostroma*, enfin dans le Zechstein (au-dessus de l'*argile de Perm*). Il y a des puits artésiens à Samara, Bilarsl, etc.; mais dans toute la région Volga-Okienne les eaux permiennes sont trop minéralisées pour être potables.

Bassin tertiaire de la mer Noire (Taurie, Crimée, Kouban, etc.) au sud du massif cristallin du Sud. — Ce sont les couches miocènes (Sarmatien) qui en plongeant vers le Sud donnent ici de bonnes conditions artésiennes (on ne cite qu'un forage à Mélitopol qui descende plus bas, au jarus de Butchask). Un grand nombre de puits artésiens ont été ainsi forés dans les steppes du nord de la Crimée et ont permis de les fertiliser : malheureusement, ils se sont influencés les uns les autres, et de plus en les laissant débiter naturellement et sans réglage, on perd une grande partie (70 pour 100 environ) de leur eau.

[D'après : 1° la brochure de M. Prigorovski, *Les eaux artésiennes de la plaine russe* (*Comptes rendus du Comité géologique de Russie*, 41, 1, 1922); 2° l'Ouvrage de M. Nikitin (2° édition, rédigée par M. Krasnopolsky), *Bibliographie des puits et sondages artésiens en Russie*, 1924.]

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Helbronner**, élu membre de la Division des Académiciens libres, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *L'anomalie magnétique de Koursk. Atlas des cartes des éléments magnétiques mesurés sous la direction générale de* P. Lasareff.

2° Emm. de Martonne. *Traité de géographie physique*, avec la collaboration d'Aug. Chevalier et L. Cuénot.

3° *Les Régions polaires*, par J. Rouch. (Présenté par M. J. Charcot.)

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la non-équivalence des définitions de dimension de Menger et de Urysohn.* Note [1] de M. **Léon W. Cohen**, transmise par M. Émile Borel.

1. Il est accepté généralement que les définitions de dimension données par Menger et Urysohn sont équivalentes [2]. Cela est vrai dans les cas assez étendus, par exemple dans le cas d'un espace métrique aux voisinages sphériques, mais nous allons démontrer — et c'est précisément le but de cette Note — *que dans le cas général d'un espace topologique,* cas pour lequel les définitions ont été proposées, *cette équivalence n'existe pas.*

2. *Selon Urysohn,* la dimension d'un ensemble C *en un point* $x \subset K$ est n

[1] Séance du 30 mai 1927.

[2] P. Urysohn, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 440; *Fund. Math.*, 7, 1925, p. 30; 8, 1926, p. 225. — K. Menger, *Monatsh. f. Math. u. Phys.*, 33, 1923, p. 148; 34, 1926, p. 137.

($U - \dim_x C = n$) si n est le plus petit entier négatif tel que pour un voisinage arbitraire V_x de x une décomposition $C = A + B + D$ est possible où les ensembles A, B, D, sans point commun deux à deux, satisfont aux conditions suivantes :

$$(1) \qquad x \subset A, \quad A + B \subset V_x,$$

$$(2) \qquad \overline{A}D + \overline{D}A \text{ est vide},$$

$$(3) \qquad U - \dim B = n - 1.$$

Ici $\overline{A}$ est la somme de A et son ensemble dérivé. *La dimension de l'ensemble* C est n ($U - \dim C \subset n$) si pour tous les $x \subset C$ on a $U - \dim_x C \leq n$, égalité ayant lieu pour au moins un point $x \subset C$. L'ensemble vide est de la dimension -1.

3. *Selon Menger,* la dimension d'un ensemble C *en un point* $x \subset C$ est n($M - \dim_x C \subset n$) si n est le plus petit entier non négatif tel que pour un voisinage quelconque V_x il existe un $V'_x \subset V_x$ avec la frontière $\beta(V'_x)$ tel que

$$(4) \qquad M - \dim \beta(V'_x) C = n - 1.$$

La définition de $M - \dim C$ est tout à fait analogue à celle de $U - \dim C$ donnée plus haut. Menger admet comme les V_x non seulement les voisinages dans le sens étroit *primäre Umgebungen*, mais aussi les voisinages dans le sens plus général d'un ensemble quelconque ouvert contenant x.

4. *Exemple de non-équivalence de* $U - \dim$ *et* $M - \dim$. — L'espace E que nous allons considérer est le plan euclidien moins les points $A(-1, 1)$ et $B(1, 1)$, avec les voisinages définis comme il suit :

a. Le voisinage V_{P_n} ($n = 3, 4, \ldots$) du point $P(0, 0)$ est la totalité des points intérieurs aux trois carrés dont les sommets sont respectivement $\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$, $\left(\frac{1}{n}, -\frac{1}{n}\right)$, $\left(-\frac{1}{n}, -\frac{1}{n}\right)$, $\left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$; $(1, 1)$, $\left(1 - \frac{1}{n}, 1\right)$, $\left(1 - \frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}\right)$, $\left(1, 1 - \frac{1}{n}\right)$; $(-1, 1)$, $\left(\frac{1}{n} - 1, 1\right)$, $\left(\frac{1}{n} - 1, 1 - \frac{1}{n}\right)$, $\left(-1, 1 - \frac{1}{n}\right)$.

b. Pour $x \subset E - P$, le voisinage V_x est l'ensemble des points communs à E et à l'intérieur d'un cercle de rayon ρ ayant le centre dans x, avec $0 < \rho \leq \overline{xP}$. Les voisinages ainsi définis satisfont aux quatre axiomes connus de Hausdorff [1].

[1] HAUSDORFF, *Gründzuge der Mengenlehre*, Leipzig, 1914, p. 213.

Considérons maintenant l'ensemble $C = (AB) + P$, où (AB) est l'ensemble des points (x, y) : $-1 < x < 1$, $y = 1$. Pour un V_{P_n} quelconque, nous avons alors $C = A + B + D$, où $A \equiv P$, B est vide, $D \equiv (AB)$. Les conditions (1) et (2) sont satisfaites avec $U - \dim B = -1$, d'où $U - \dim_P C = 0$.

Mais $M - \dim_P C = 2$. — En effet, chaque ensemble ouvert V qui, pour un V_{P_n} donné, satisfait à la condition $P \subset V \subset V_{P_n}$ doit contenir au moins un V_{P_m} tel que $m \geq n$. Mais la frontière de V_{P_m} contient les intervalles I_1 : $-1 < x \leq \frac{1}{m} - 1$, $y = 1$, et I_2 : $1 - \frac{1}{m} \leq x < 1$, $y = 1$, qui sont sous-ensembles de $(AB) \subset C$. Or, $V_{P_m} \subset V \subset V_{P_n}$, d'où il suit que $I_1 + I_2 \subset \beta(V)$, et la condition (4) évidemment devient $M - \dim \beta(V) C = 1$, ce qui entraîne, suivant la définition même, $M - \dim_P C = 2$. C. Q. F. D.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de fonctions harmoniques.* Note [1] de M. **Gr. Fichtenholz**, transmise par M. Émile Borel.

Soit $\{u_n\}$ une suite de fonctions harmoniques dans l'intérieur du cercle-unité K. Le but de cette Note est de donner les conditions portantes sur la circonférence C de K, nécessaires et suffisantes pour que cette suite-ci converge vers la fonction de la même nature dans l'intérieur de K, en supposant, bien entendu, que les fonctions $u_n = u_n(r, \theta)$ satisfont à l'une des deux hypothèses suivantes :

(A). Quelles que soient les valeurs de $r < 1$ et de $n = 1, 2, 3, \ldots$, on a

$$\int_0^{2\pi} |u_n| \, H(|u_n|) \, d\theta \leq N,$$

$H(u)$ désignant une fonction positive de la variable positive u qui tend en croissant vers l'infini avec u ; ou, plus généralement,

(B). Quelles que soient les valeurs de $r < 1$ et de $n = 1, 2, 3, \ldots$, on a

$$\int_0^{2\pi} |u_n(r, \theta)| \, d\theta \leq N.$$

Dans l'hypothèse (A), on a pour chaque fonction u_n la formule de

---

(1) Séance du 30 mai 1927.

Poisson :

$$u_n(r,\theta)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u_n(1,\lambda)\frac{1-r^2}{1-2r\cos(\lambda-\theta)+r^2}d\lambda,$$

où $u_n(1,\lambda)$ $\left[\text{désignant la limite } \lim\limits_{r\to 1} u_n(r,\lambda) \text{ qui existe presque partout}\right]$ est la fonction sommable en λ (¹).

Si c'est l'hypothèse (B) qui est vérifiée, la fonction u_n se présente sous la forme d'une intégrale de Poisson généralisée :

$$(1)\qquad u_n(r,\theta)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1-r^2}{1-2r\cos(\lambda-\theta)+r^2}d\mathcal{F}_n(\lambda),$$

où $\mathcal{F}_n(\lambda)$ est une fonction à variation bornée et l'intégrale est comprise dans le sens de Stieltjes (¹).

Pour préciser la constante additive contenue dans $\mathcal{F}_n$, nous allons supposer qu'on a

$$\int_0^{2\pi}\mathcal{F}_n(\lambda)\,d\lambda=0;$$

une telle fonction $\mathcal{F}_n$ nous l'appellerons *réduite*.

Voici maintenant les conditions cherchées.

Théorème I. — *Dans l'hypothèse* (A), *pour que la suite* $\{u_n\}$ *converge vers une fonction harmonique* u, il faut et il suffit *que les intégrales*

$$\int_0^{\theta}u_n(1,\lambda)\,d\lambda$$

tendent vers une fonction limite $\mathcal{F}(\theta)$, *n infiniment croissant, pour toutes les valeurs de* θ *dans l'intervalle* $(0, 2\pi)$.

Si cette condition est vérifiée, la fonction $\mathcal{F}(\theta)$ sera intégrale indéfinie d'une fonction sommable $f(\lambda)=u(1,\lambda)$ [définie à ses valeurs en un ensemble mince près] et la fonction limite $u=\lim\limits_{n\to\infty}u_n$ se présentera sous la forme de l'intégrale de Poisson

$$u(r,\theta)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(1,\lambda)\frac{1-r^2}{1-2r\cos(\lambda-\theta)+r^2}d\lambda.$$

Remarquons que la convergence presque partout vers une limite déterminée [et

(¹) Cf. les Notes de MM. Evans et Bray (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1042-1044, 1368-1371), ainsi que le Mémoire de M. de la Vallée Poussin [*Sur l'intégrale de Lebesgue* (*Trans. of the Americ. Math. Soc.*, 16, 1915, p. 450-451)].

même la convergence *en mesure*, dans le sens de M. F. Riesz [1]] de la fonction $u_n(1, \lambda)$ (pour $n \to \infty$), bien qu'elle suffise dans l'hypothèse (A) pour la convergence de la suite $\{u_n\}$, n'est nulle part nécessaire [ex. : $u_n = r^n \cos n\theta$]. Dans l'hypothèse (B), cette condition-ci cesse d'être suffisante aussi.

Théorème II. — *Si la suite $\{u_n\}$ est assujettie à l'hypothèse* (B), *pour qu'elle converge vers une fonction harmonique u*, il faut et il suffit : 1° *que la fonction réduite $\mathcal{F}_n(\lambda)$* [v. (1)], *pour $n \to \infty$, tende en mesure dans l'intervalle* (0, 2π) *vers la fonction limite et* 2° *qu'il existe une limite déterminée*

$$\lim_{n \to \infty} [\bar{\mathcal{F}}_n(2\pi) - \bar{\mathcal{F}}_n(0)] = c.$$

Si ces conditions sont remplies, parmi les fonctions limites équivalentes de la fonction $\mathcal{F}_n(\lambda)$, on trouve une fonction à variable bornée $\mathcal{F}(\lambda)$ [2] satisfaisant de plus à la condition $\mathcal{F}(2\pi) - \mathcal{F}(0) = c$. Avec cette fonction $\mathcal{F}(\lambda)$, la fonction limite $u = \lim_{n \to \infty} u_n$ est donnée par la formule de Poisson généralisée

$$u(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos(\lambda - \theta) + r^2} d\bar{\mathcal{F}}(\lambda).$$

On peut facilement construire l'exemple de la suite convergente $\{u_n\}$, vérifiant la condition (B), pour laquelle la limite $\lim_{n \to \infty} \bar{\mathcal{F}}_n(\lambda)$ *dans le sens ordinaire* n'existe en aucun point de l'intervalle (0, 2π). On vérifie également que la condition 2° est indépendante de 1°.

Dans le cas des fonctions harmoniques *positives* la condition 2° implique (B); on peut, d'ailleurs, remplacer ici la convergence de la fonction $\mathcal{F}_n(\lambda)$ *en mesure* par la convergence ordinaire, à un ensemble dénombrable de valeurs de λ près.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Cinématographie panoramique au moyen d'appareils ordinaires*. Note [3] de M. **Henri Chrétien**, présentée par M. Louis Lumière.

Les proportions adoptées universellement pour les images cinématographiques :

$$\frac{\text{hauteur}}{\text{largeur}} = \frac{3}{4},$$

---

[1] *Comptes rendus*, 144, 1907, p. 1303-1305.

[2] Et une seule, si l'on néglige ses valeurs en un ensemble dénombrable de points λ.

[3] Séance du 30 mai 1927.

sont incompatibles avec une présentation convenable de certains tableaux, tels que les panoramas, qui exigent une plus grande largeur, ou tels que les monuments élevés, les intérieurs d'églises, les forêts de grands arbres, etc., qui demandent une plus grande hauteur.

On a cherché à échapper à cette limitation, dans le cas des panoramas du moins, en les projetant sur un même écran, au moyen de plusieurs objectifs, comme l'avaient fait antérieurement MM. Lumière et le Ct Mœssard pour les vues fixes. Mais, dans le cas de la Cinématographie, on se heurte à des complications de mécanique très grandes, pratiquement impossibles à surmonter.

L'intérêt très vif que le public a manifesté récemment à la présentation de tels films panoramiques m'incite à indiquer une solution immédiatement utilisable en pratique, car elle ne met en œuvre que les appareils uniques actuels, employant des films de dimensions normales; en outre, elle s'applique aussi bien aux vues panoramiques qu'à celles étendues en hauteur.

Cette solution consiste à placer devant l'objectif de prise de vue, ainsi que devant celui de projection, une combinaison optique spéciale, à laquelle je donnerai le nom d'*hypergonar* et qui en accroît considérablement le champ, mais dans un sens seulement, horizontal ou vertical, ou même oblique, selon l'orientation de la plus grande étendue du sujet.

L'*hypergonar* rappelle, à première vue, l'*anamorphot* d'Abbe, mais il en diffère cependant par deux points de dioptrique élémentaire :

a. Les génératrices des lentilles cylindriques qui le composent sont toutes parallèles entre elles, et non croisées, comme elles le sont nécessairement dans l'*anamorphot*.

b. Le plan-image coïncide avec le plan-objet : autrement dit, ces plans sont *plans de Bravais* pour le système. C'est, d'ailleurs, cette particularité qui permet d'échapper à la nécessité, démontrée par Abbe, de croiser les génératrices; elle a pour effet pratique de conserver la mise au point de l'objectif proprement dit et de faciliter la correction des aberrations.

Les images obtenues avec l'hypergonar sont *réduites linéairement* dans un rapport déterminé, de deux à trois fois, mais seulement dans le sens horizontal, ou dans le sens vertical, selon l'orientation que l'on donne aux génératrices des lentilles, ce qui double ou triple, dans le même sens, la valeur angulaire du champ enregistré sur le film de dimensions normales. A la projection à travers un dispositif semblable, les proportions exactes sont restituées, et l'on couvre ainsi un écran deux ou trois fois plus étendu en largeur ou en hauteur.

Au point de vue de la dioptrique d'ordre supérieur, on a corrigé l'aberration sphérique, la coma et l'astigmatisme. La distorsion est réduite; mais cette aberration, qui ne trouble pas la netteté de l'image, se trouve automatiquement compensée par la restitution à travers un système optique semblable. Enfin on a éliminé les aberrations chromatiques.

A part la faible absorption de la lumière par les lentilles supplémentaires, la luminosité de l'objectif de prise de vue n'est pas altérée par l'introduction de l'hypergonar.

Un appareil duplicateur de champ et quelques films qu'il a permis d'obtenir sont présentés à l'Académie.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Sur la théorie moléculaire générale du pouvoir rotatoire.* Note ([1]) de M. **R. de Mallemann**, présentée par M. A. Cotton.

La théorie générale du pouvoir rotatoire d'un milieu quelconque (isotrope ou anisotrope) est simple et concrète, quand on dégage le *sens* des symboles algébriques. La cause du pouvoir rotatoire réside essentiellement dans les actions mutuelles des éléments constitutifs de l'assemblage (atomes dans la molécule, atomes ou molécules dans un complexe ou cristal), mis en vibration *forcée* par le champ $\vec{h}$ de l'onde. Ces réactions déterminent un déplacement propre de chaque élément mobile; le déplacement *total* peut être décomposé en une translation et en une composante *normale* au champ $[\vec{\rho}\vec{h}]$, définissant une *rotation* $\vec{\rho}$ (au sens vectoriel et mécanique).

Ces rotations $\vec{\rho}$ sont deux à deux égales et de signes contraires; leur somme $\Sigma\vec{\rho}$ est nulle, et leur effet disparaît dans un champ *constant* (égalité symétrique). Quand au contraire le champ *varie*, cas de la propagation d'une onde lumineuse, chacun des $\vec{\rho}$ élémentaires est multiplié par le facteur de *déphasage* (invariant) $\alpha X + \beta Y + \gamma Z = P$, égal à la projection de la distance $\vec{R}(X, Y, Z)$, des couples d'éléments mobiles (arêtes du polyèdre moléculaire ou cristallin), sur la normale à l'onde (α, β, γ). Les composantes de chaque rotation $\vec{\rho}$ se transforment ainsi en $P\rho_x$, $P\rho_y$, $P\rho_z$,

([1]) Séance du 30 mai 1927.

définissant un nouveau vecteur $P\vec{\rho}$, parallèle à la rotation, *mais dont la somme n'est plus nulle quand le milieu est asymétrique*. Nous appelons $P\vec{\rho}$ le *vecteur rotatoire*. Il dépend de la structure géométrique du milieu, des réfractivités élémentaires *et de la direction de propagation. La projection de ce vecteur sur la normale à l'onde mesure le pouvoir rotatoire*. (Il importe de ne pas confondre le *vecteur* rotatoire avec le *pouvoir* rotatoire, quantité *scalaire*.) L'angle du vecteur rotatoire avec cette normale n'est généralement pas nul (*anisotropie* de l'effet rotatoire). Mais il est indépendant du sens de propagation. D'après la définition, les composantes du vecteur rotatoire suivant trois axes rectangulaires quelconques sont des fonctions linéaires et homogènes des cosinus directeurs α, β, γ, de la normale à l'onde; les coefficients sont les six quantités $\rho_x X$, $\rho_y Y$, etc., qui définissent les *dissymétries* du milieu.

Le pouvoir rotatoire est donc une forme *quadratique* de ces cosinus; en choisissant les axes de manière à éliminer les rectangles $\alpha\beta$..., on obtient les *directions principales* du pouvoir rotatoire. *Il existe ainsi dans tout milieu asymétrique trois directions de propagation, rectangulaires, suivant lesquelles le vecteur rotatoire est normal à l'onde plane*. Les propriétés d'un tel milieu sont donc complètement définies par *deux tenseurs symétriques*,

1° Le *tenseur électro-élastique*, qui mesure les phénomènes de réfringence pure; 2° le *tenseur rotatoire*, de composantes principales $\rho_x X$, $\rho_y Y$, $\rho_z Z$ (dissymétries principales), qui règle les effets d'activité optique [1]. *En général, les directions principales des deux quadriques ne coïncident pas* (sauf pour certaines *structures* particulières). Le vecteur rotatoire n'est donc pas nécessairement symétrique par rapport aux plans principaux de l'ellipsoïde des indices et l'on comprend que le pouvoir rotatoire puisse être différent suivant les axes optiques d'un cristal biaxe. La surface (inverse) des élasticités est toujours un *ellipsoïde*, mais celle des dissymétries peut être un système de 2 *hyperboloïdes conjugués*; le cône asymptote définit les directions d'*inversion* du pouvoir rotatoire ($\rho = 0$). En prenant la moyenne des orientations, α, β, γ, on voit de suite que le pouvoir rotatoire du milieu *isotrope* est exprimé par l'invariant linéaire $\rho_x X + \rho_y Y + \rho_z Z$, $(\vec{\rho}\vec{R})$; on peut, dans ce cas, associer à chaque côté du polyèdre structural, un sys-

(1) Ces tenseurs sont numériquement calculables, quand on fixe la *structure*; leurs six invariants expriment toutes les propriétés optiques de propagation (*Ann. de Phys.*, 10e série, 4, 1925, p. 456).

tème de 2 vecteurs $\vec{\rho}$ et $\vec{R}$, constituant ce que les mécaniciens appellent *vis* (ou torseur); le pouvoir rotatoire partiel est mesuré par le *pas* de cette vis $(\vec{D}\vec{R})$; le pouvoir total est proportionnel à la somme de ces invariants (ce qui est évident, puisque, dans un milieu *isotrope*, toutes les directions moléculaires sont également probables) ([1]).

Pour fixer les idées, considérons un tétraèdre quelconque, portant une particule *isotrope* à chacun de ses sommets. La rotation propre de chaque particule peut être décomposée suivant les trois arêtes correspondantes; ces projections et les trois longueurs des arêtes, prises *vectoriellement* définissent les vis respectives. Les projections des rotations propres à deux particules sur leur ligne de jonction sont égales et contraires, mais par suite de l'inversion des longueurs, les deux produits s'ajoutent. D'une manière générale, si chaque sommet du polyèdre est le point de concours de p arêtes, on pourra associer celle-ci trois par trois, et considérer successivement les diverses combinaisons tétraédriques des n particules. Pour un triangle, les rotations sont normales à son plan et toutes les vis sont nulles. Quand le groupe contient seulement deux éléments, mais *anisotropes*, la vis dépend de l'angle des directions principales et s'annule quand ces deux groupes de directions ont un plan de symétrie, résultat intuitif.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la vaporisation du polonium*

Note ([2]) de M. P. **Bonet-Maury**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons été amené, au cours d'un travail sur la vaporisation du polonium, à déterminer la loi suivant laquelle se distribuent dans l'espace les atomes de polonium volatilisés, par chauffage dans le vide, de la lame de nickel qui les supporte.

Comme pouvaient le laisser prévoir les travaux de Knudsen ([3]), Langmuir ([4]) et Wood ([5]) sur la vaporisation, l'expérience montre que cette distribution s'effectue suivant la loi du cosinus de Lambert, c'est-à-dire que le nombre d'atomes vaporisés dans un angle solide infiniment petit autour

---

([1]) La distinction *essentielle* des deux termes composant la polarisation fait disparaître *complètement* le facteur $\varphi(n)$ du champ intérieur, dans le pouvoir rotatoire (invariant dans les changements d'état *isotropes*). *L'accord avec les resultats expérimentaux de Gernez (et Guye) est donc établi.*

([2]) Séance du 16 mai 1927.

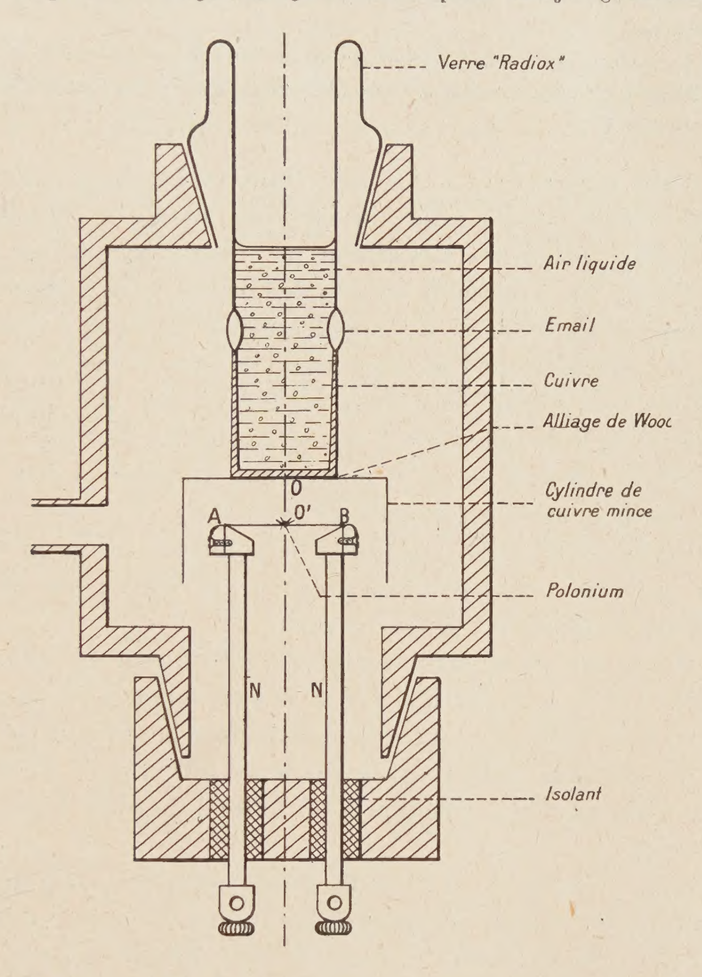
([3]) Knudsen, *Ann. de Phys.*, **3**, 1915, p. 1113-1121; **1**, 1917, p. 105-108.

([4]) Langmuir, *J. of Am. Chem. Soc.*, **38**, 1916, p. 2258-2259.

([5]) Wood, *Phil. Mag.*, **30**, août 1915, p. 300-304.

d'une direction donnée, est proportionnel au cosinus de l'angle de cette direction avec la normale à la surface émettrice.

Appareil. — Il est essentiellement constitué par un cylindre de cuivre fermé à ses deux extrémités par deux larges rodages tronconiques. Un ajutage latéral permet d'y



faire un vide de l'ordre d'une barye au moyen d'une pompe à condensation, comportant un piège à air liquide.

Le rodage inférieur porte deux tiges de cuivre nickelé, isolées électriquement, terminées par deux pinces qui serrent entre leurs mâchoires un ruban plat de nickel AB (largeur 4^{mm}, longueur $1^{cm},7$, épaisseur $\frac{1}{10}$ de millimètre). On chauffe ce ruban par le passage d'un courant alternatif (42 périodes, 2 volts, 20 ampères), sa température étant mesurée à l'aide d'un couple en Pt-Pt rhodié et d'un millivoltmètre.

Le ruban porte en son milieu O' la source sensiblement ponctuelle de polonium (diamètre, $0^{mm},4$, masse de Po, de l'ordre de $0^{g},5 \times 10^{-10}$).

Le rodage supérieur, en verre « radiox », est fermé par un cylindre de cuivre dont le bord, fortement aminci, est soudé sur le manchon de verre. Ce rodage, au cours d'une expérience, est à demi rempli d'air liquide. Sur le fond du cylindre, on soude au moyen d'alliage de Wood un deuxième cylindre de cuivre mince (épaisseur, $\frac{5}{100}$ de millimètre; diamètre, 30^{mm}), qui encapuchonne le ruban de nickel et condense le polonium vaporisé.

Le ruban de nickel est tendu parallèlement au fond de ce cylindre à une distance de $3^{mm},7$ et disposé de telle sorte que l'axe OO′ de ce dernier se confonde avec la normale à la source en O′.

Marche d'une expérience. — Le vide étant réalisé dans l'appareil et le manchon de cuivre rempli d'air liquide, on chauffe le ruban de nickel vers 400° pendant 10 minutes. Les atomes de polonium vaporisés, voyageant en ligne droite (le libre parcours moyen de l'ordre de 10^{cm} étant très supérieur aux dimensions du vase), viennent frapper le cylindre de cuivre mince, refroidi à la température de l'air liquide qui encapuchonne le ruban.

Des expériences préliminaires nous avaient prouvé que dans ces conditions tous les atomes de polonium frappant la surface de cuivre se trouvent condensés au premier choc et y demeurent attachés. Cette conviction fut acquise par la considération des faits suivants :

1° En mesurant d'une part la quantité de polonium ayant quitté le ruban et, d'autre part, la quantité condensée sur le cuivre, on trouve deux nombres égaux à moins de 1 pour 100 près.

2° La photographie de la paroi latérale du cylindre de cuivre mince développée montre que seule la partie située au-dessus du plan du ruban porte du polonium, les deux zones active et non active étant nettement séparées sur le cliché, la démarcation s'effectuant à moins de $0^{mm},3$ près. Ce dernier fait prouve donc l'absence de « réflexion » sur le fond du cylindre et le vol rectiligne des atomes.

A la fin d'une expérience, le cylindre de cuivre mince porte sur sa surface interne la totalité du polonium vaporisé, les atomes étant immobilisés dans la position où ils se trouvaient au moment du choc contre la paroi de cuivre.

Comparaison de l'expérience à la théorie. — On dessoude le cylindre de cuivre mince, on détache le fond et l'on détermine expérimentalement par des mesures d'activité la répartition des atomes sur ce fond (1). On compare ensuite la distribution ainsi mesurée avec la répartition théorique, fournie par la loi du cosinus.

---

(1) Nous avons préféré l'étude de la répartition sur le fond du cylindre, à celle sur les parois latérales, pratiquement plus délicate.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure d'ensemble du sud-est de l'Indochine française.* Note (¹) de M. F. **Blondel**, transmise par M. Pierre Termier.

J'ai indiqué dans une Note précédente la nature géologique des terrains que l'on peut rencontrer en Indochine au sud-est de la ligne Phnompenh-Tourane.

Avec les seuls éléments d'information que nous possédons actuellement, il est impossible de démêler avec quelque détail la structure de ce pays. Toutefois les grandes lignes de cette structure paraissent assez simples et se dégagent, semble-t-il déjà, des faits que nous connaissons. On est tenté de reconnaître deux grandes lignes directrices, deux grands anticlinaux, jalonnés par d'importants affleurements de granite. Ces deux anticlinaux ont des directions perpendiculaires et se rencontrent dans le massif de la Mère et l'Enfant (à 50^{km} environ à l'ouest du Cap Varella), qui est ainsi le nœud de cette région. L'une de ces directions, NE-SW, est extrêmement nette dans l'énorme anticlinal de granite qui court depuis le Cap Verella jusqu'au Cap Saint-Jacques. L'autre direction, NW-NE, est marquée par un anticlinal granitique également important qui forme en particulier le substratum de la région de Kontum.

Mais cet anticlinal de direction N-W paraît être arrêté vers le Sud par l'autre bombement ou, tout au moins, ne se manifeste pas sensiblement au delà. Au sud de l'anticlinal Varella Cap Saint-Jacques se trouve en effet un synclinal où affleurent principalement des rhyolites qui constituent d'ailleurs le plus généralement la ligne de crête et forment en particulier les monts Langbian, célèbres dans les paysages du sud indochinois.

L'existence de ces deux séries de directions a été également reconnue dans le reste de l'Indochine; mais tandis qu'ici la direction N-E est prépondérante, dans l'Indochine du Nord, au contraire, la direction perpendiculaire, la direction N-W, qu'on appelle encore la direction du Fleuve Rouge, a donné les traits fondamentaux de la structure d'ensemble.

Il n'est pas question pour le moment de dater les mouvements qui ont donné naissance à ces plis à grand rayon de courbure. On peut simplement

---

(¹) Séance du 30 mai 1927.

remarquer que les schistes de la région de Trian, qui appartiennent au Toarcien, ont été affectés par les mouvements signalés ici.

A $16^h 5^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 20^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 23 mai 1927.)

Note de M. *R. de Mallemann*, Calcul du pouvoir rotatoire d'un système de molécules ou d'atomes anisotropes. Application au quartz :

Pages 1242 et 1243, formules (1) et (2), *au lieu de* 2π, *lire* $2\pi^3$, et *au lieu de* $\varphi(n)$, *lire* $\varphi(n) = 1$.

Note de M. et Mme *A. Chauchard*, Recherches quantitatives sur l'excitabilité de l'appareil du goût chez l'Homme :

Page 1275, lignes 17 et 18, têtes des colonnes 1 et 3, *au lieu de* Capacité en farad 10^{-3}, *lire* Temps en seconde 10^{-3}.